**Моделирование марковских цепей**

Как моделировать марковские цепи с дискретным временем с помощью компьютера? Ведь обычно в состав программного обеспечения входят функции генерации псевдонезависимых псевдослучайных чисел, имеющих равномерное на отрезке *[0,1]* распределение *R[0,1]*.

Для построения алгоритма данного моделирования нужно, прежде всего, уметь моделировать дискретные случайные величины.

**Пример 1**. Имеется случайная величина Построить такую функцию , чтобы результат являлся дискретной случайной величиной со следующим рядом распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Z* | *z1* | *z2* | *…* | *zn* |
| *P* | *p1* | *p2* | *…* | *pn* |

**Решение:**

Построим следующий набор чисел как сумму c нарастающим итогом:

Отметим, что . Построим следующее разбиение отрезка *[0,1]: .* Тогда результат преобразования

будет иметь искомое дискретное распределение.

**Замечание 1.** Предложенный алгоритм позволяет моделировать и случайную величину *Z*, часть значений которой имеет нулевую вероятность. Действительно, пусть Тогда соответствующий «разряд» В любом из этих двух случаев , то есть формула (1) позволяет моделировать случайную величину (вектор) с подобным дискретным распределением.

Моделирование марковской цепи *X* базируется на марковском свойстве: распределение цепи на следующем шаге полностью определяется текущим состоянием. Без ограничения общности для простоты изложения будем считать, что цепь является однородной и конечной со множеством значений . Пусть задано ее распределение:

– начальное распределение, и

– матрица переходных вероятностей на одном шаге. Заметим, что в силу свойств стохастических матриц (матриц переходных вероятностей) , т.е. каждую строку можно интерпретировать как распределение некоторой дискретной случайной величины или вектора. То, что некоторые значения этого вектора имеют нулевую вероятность, не должно смущать. Для моделирования цепи предлагается следующий

**Алгоритм**

1. Моделируется начальное условие марковской цепи с дискретным распределением :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X(0)* | *e1* | *e2* | *…* | *en* |
| *P* |  |  | *…* |  |

способом, предложенным в Примере 1.

1. Пусть на *t-1*-м шаге значение цепи равно . Выберем -ю строку матрицы *P* и будем использовать ее в качестве распределения случайного вектора *X(t)*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X(t)* | *e1* | *e2* | *…* | *en* |
| *P* |  |  | *…* |  |

1. Повторить шаг 2 нужное число раз для получения траектории марковской цепи требуемой длины.